

Вычислим кинетическую энергию груза, совершающего поступательное движение

$$T_1 = \frac{m_1 v_{Cx}^2}{2} = 8m_1 \dot{\varphi}^2 r^2 \sin^2 \varphi.$$

Из графа $A \xrightarrow{\frac{AB}{\varphi}} B$ сразу же следует:

$$\begin{aligned} v_{Bx} &= -AB\dot{\varphi} \sin \varphi; \\ v_{By} &= AB\dot{\varphi} \cos \varphi, \end{aligned}$$

и $v_B^2 = 4r^2 \dot{\varphi}^2$. Кинетическая энергия плоского движения диска примет вид

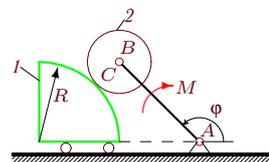
$$T_2 = \frac{m_2 v_B^2}{2} + \frac{J_2 \omega_z^2}{2} = 2m_2 \dot{\varphi}^2 r^2 + m_2 \dot{\varphi}^2 r^2.$$

Суммарная кинетическая энергия имеет вид $T = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} (A + B \sin^2 \varphi)$.

Обобщенная сила $Q = \frac{1}{\dot{\varphi}} (-M\dot{\varphi} + (-m_2 g) v_{By}) = -M - 2m_2 r g \cos \varphi$.

Задача 2

Груз массой m_1 движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой цилиндрической поверхности груза радиусом $R = 3r$ катится диск радиусом r , закрепленный на стержне AB длиной $4r$. К стержню приложен момент M . Масса диска m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .



Решение

Составляем кинематический граф $A \xrightarrow{\frac{AB}{\varphi}} B \xrightarrow{\frac{r}{2\pi - \varphi}} C$, где C — точка касания диска и груза. Запишем соответствующие уравнения для проекций скоростей:

$$\begin{aligned} v_{Cx} &= v_{Ax} - AB\dot{\varphi} \sin \varphi - r\omega_z \sin(2\pi - \varphi); \\ v_{Cy} &= v_{Ay} + AB\dot{\varphi} \cos \varphi + r\omega_z \cos(2\pi - \varphi). \end{aligned}$$

Учитывая, что $v_{Ax} = v_{Ay} = 0$ и $v_{Cy} = 0$, выразим угловую скорость диска и скорость груза через обобщенную скорость и обобщенную координату

$$\omega_z = -4\dot{\varphi}, \quad v_{Cx} = -8r\dot{\varphi} \sin \varphi.$$